

Роман ДМИТРИШИН

Роман РУСИН

# ВСТУП У СТРАХУВАННЯ ТА ФІНАНСОВУ МАТЕМАТИКУ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

ІВАНО–ФРАНКІВСЬК

НАІР

2023

ББК В22.1я73  
УДК 51(075)  
Д 53

*Рекомендовано до друку  
Вченою радою факультету математики та інформатики  
Прикарпатського національного університету  
імені Василя Стефаника, протокол № 6 від 30 червня 2023 р.*

**РЕЦЕНЗЕНТИ:**

Андрій ЗАГОРОДНЮК, доктор фізико-математичних наук, професор,  
завідувач кафедри математичного і функціонального аналізу  
Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника;

Петро ФІЛЕВИЧ, доктор фізико-математичних наук, професор,  
завідувач кафедри вищої математики  
Національного університету “Львівська політехніка”.

**Дмитришин Р. І., Русин Р. С.**

Д 53 Вступ у страхування та фінансову математику: Навч. посібник. — Івано-Франківськ:  
НАІР, 2023. — 284 с.

ISBN 978-617-8011-59-8

Навчальне видання містить дванадцять розділів, в яких викладено основні методи кількісного аналізу фінансових і кредитних операцій. Детально розглянуто різні методи нарахування відсотків, узагальнюючі характеристики потоків платежів, методики визначання ефективності короткострокових і довгострокових фінансових операцій, включаючи виробничі інвестиції і облігації, потоки платежів в страхових (актуарних) розрахунках, зокрема в особистому страхуванні.

Для студентів закладів вищої освіти.

ББК В22.1я73  
УДК 51(075)

ISBN 978-617-8011-59-8

© Р. І. Дмитришин, Р. С. Русин, 2023

# ПЕРЕДМОВА

---

Навчальний посібник "Вступ у страхування та фінансову математику" призначено для студентів факультету математики та інформатики, а також економічного факультету. Посібник створено на основі багаторічного досвіду викладання відповідних дисциплін в Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника.

Даний підручник націлений на вміння успішно розв'язувати задачі з фінансів та страхування з використанням математичного апарату. Тут викладено основні методи з тим ступенем детальності, яка є доцільною в рамках навчального видання. Разом з тим, навчальне видання дозволяє ознайомитися з основними напрямками кількісного фінансового аналізу, актуарної математики та страхування.

Посібник можна умовно розділити на чотири частини. У першій розглядаються основні поняття, які застосовуються в фінансових обчисленнях (відсотки, система відсоткових ставок, нарощення відсотків, дисконтування платежів і т.д.).

У другій частині обговорюються проблеми, які відносяться до кількісного аналізу різноманітних потоків (послідовностей) платежів і, зокрема, фінансових рент.

До третьої частини можна віднести визначення бар'єрних або критичних значень економічних, у тому числі фінансових параметрів, в теоретичному плані обговорюється проблема вимірювання ризику у фінансових розрахунках та впливу диверсифікації на його величину, операцій з облігаціями та векселями.

В четвертій частині викладено проблеми з самих різних областей фінансово-кредитної діяльності (погашення довгострокових позик, реструктуруванню заборгованості, іпотеки та інвестиції). Особливе місце тут займають потоки платежів в страхових (актуарних) розрахунках, головним чином у розрахунках по особистому страхуванні та пенсійному накопиченні.

Для оволодіння більшістю теорії з посібника достатньо знання курсу алгебри, і в особливості, прогресії та рядів. Що ж стосується неперервних процесів, то тут необхідні початкові знання аналізу (похідні і інтеграли деяких нескладних функцій), а для вимірювання ризику та страхових розрахунків — поняттями теорії ймовірностей, стандартних розподілів випадкових величин і деякими властивостями дисперсій в межах звичайного курсу математичної статистики.

В цілому навчальний посібник буде корисним всім бажаючим вивчити основні інструменти страхування та фінансової математики.

ПЕРЕДМОВА . . . . .	3
РОЗДІЛ 1. ПРОСТІ ВІДСОТКИ . . . . .	4
1.1. Предмет фінансової математики . . . . .	4
1.2. Відсотки, види відсоткових ставок . . . . .	6
1.3. Формула нарощення . . . . .	7
1.4. Погашення заборгованості частинами . . . . .	12
1.5. Нарощення відсотків у споживчому кредиті . . . . .	16
1.6. Методи дисконтування . . . . .	17
1.7. Нарощення по обліковій ставці . . . . .	20
1.8. Прямі та обернені задачі при нарахуванні відсотків і дисконтуванні по простим відсотковим ставкам . . . . .	20
1.9. Розрахунок терміну позики і величини відсоткової ставки . . . . .	20
1.10. Конвертації валют і нарощення відсотків . . . . .	22
Питання для самоконтролю . . . . .	24
Тестові завдання . . . . .	25
Контрольні завдання . . . . .	29
РОЗДІЛ 2. СКЛАДНІ ВІДСОТКИ . . . . .	31
2.1. Формула нарощення . . . . .	31
2.2. Види періодів нарахування відсотків . . . . .	32
2.3. Порівняння росту по складним і простим відсотковим ставкам . . . . .	34
2.4. Нарощення відсотків декілька раз в рік. Номінальна і ефективна ставки . . . . .	35
2.5. Дисконтування по складній відсотковій ставці . . . . .	38
2.6. Порівняння інтенсивності процесів нарощення і дисконтування за різними видами відсоткових ставок . . . . .	41
2.7. Розрахунок терміну позики і величини відсоткової ставки . . . . .	41
2.8. Неперервне нарощення і дисконтування. Неперервні відсотки . . . . .	43
Питання для самоконтролю . . . . .	46
Тестові завдання . . . . .	47
Контрольні завдання . . . . .	51
РОЗДІЛ 3. ВИРОБНИЧІ ВІДСОТКОВІ РОЗРАХУНКИ . . . . .	52
3.1. Середні відсоткові ставки . . . . .	52
3.2. Еквівалентність відсоткових ставок . . . . .	53
3.3. Фінансова еквівалентність зобов'язань і конверсія платежів . . . . .	56
3.4. Загальна постановка задачі зміни умов контракту . . . . .	61
3.5. Податки та інфляція . . . . .	63
3.6. Криві дохідності . . . . .	68
Питання для самоконтролю . . . . .	69
Тестові завдання . . . . .	70
Контрольні завдання . . . . .	74
РОЗДІЛ 4. ПОТОКИ ПЛАТЕЖІВ. РЕНТИ . . . . .	75

4.1. Види потоків платежів та їх основні параметри . . . . .	75
4.2. Нарощена сума сталої ренти постнумерандо . . . . .	77
4.3. Сучасна вартість сталої ренти постнумерандо . . . . .	80
4.4. Визначення параметрів сталих рент постнумерандо . . . . .	84
4.5. Нарощені суми і сучасні вартості інших видів сталих рент . .	87
4.6. Ренти із сталим абсолютним приростом платежів . . . . .	91
4.7. Ренти із сталим відносним приростом платежів . . . . .	94
4.8. Стала неперервна рента . . . . .	96
4.9. Неперервні змінні потоки платежів . . . . .	98
4.10. Конверсія рент . . . . .	100
4.11. Зміна параметрів ренти . . . . .	103
Питання для самоконтролю . . . . .	105
Тестові завдання . . . . .	107
Контрольні завдання . . . . .	110
<b>РОЗДІЛ 5. БАР'ЄРНІ ЗНАЧЕННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ.</b>	
<b>РИЗИК І ДИВЕРСИФІКАЦІЯ . . . . .</b>	<b>112</b>
5.1. Бар'єрний випуск продукції . . . . .	112
5.2. Порівняння грошових сум . . . . .	115
5.3. Ризик . . . . .	117
5.4. Диверсифікація інвестицій і дисперсія доходу . . . . .	118
5.5. Мінімізація дисперсії доходу . . . . .	122
Питання для самоконтролю . . . . .	125
Тестові завдання . . . . .	126
Контрольні завдання . . . . .	130
<b>РОЗДІЛ 6. ПОГАШЕННЯ ЗАБОРГОВАНОСТІ . . . . .</b>	<b>131</b>
6.1. Витрати на обслуговування боргу . . . . .	131
6.2. Створення погашувального фонду . . . . .	131
6.3. Погашення боргу в розстрочку . . . . .	134
6.4. Пільгові займи і кредити . . . . .	139
6.5. Реструктуризація позики . . . . .	142
6.6. Іпотечні позики. Розрахунок по іпотечним позикам . . . . .	143
Питання для самоконтролю . . . . .	146
Тестові завдання . . . . .	147
Контрольні завдання . . . . .	150
<b>РОЗДІЛ 7. ДОХІДНІСТЬ . . . . .</b>	<b>152</b>
7.1. Повна дохідність . . . . .	152
7.2. Рівняння еквівалентності . . . . .	152
7.3. Дохідність позикових і облікових операцій із врахуванням ко- місійних . . . . .	153
7.4. Дохідність купівлі-продажу фінансових інструментів . . . . .	156
7.5. Довгострокові позики . . . . .	160
Питання для самоконтролю . . . . .	163
Тестові завдання . . . . .	164

Контрольні завдання . . . . .	167
РОЗДІЛ 8. ОБЛІГАЦІЇ . . . . .	169
8.1. Види облігацій та їх рейтинг . . . . .	169
8.2. Розрахунок дохідності облігацій . . . . .	170
8.3. Характеристики термінів надходжень платежів і розрахунок ризиків . . . . .	176
8.4. Оцінювання позик і облігацій . . . . .	179
Питання для самоконтролю . . . . .	182
Тестові завдання . . . . .	182
Контрольні завдання . . . . .	186
РОЗДІЛ 9. ІНВЕСТИЦІЙНИЙ ПРОЦЕС . . . . .	187
9.1. Характеристики ефективності виробничих інвестицій . . . . .	187
9.2. Чистий приведений дохід та його властивості . . . . .	190
9.3. Термін окупності та індекс дохідності . . . . .	195
9.4. Моделювання інвестиційного процесу . . . . .	199
9.5. Аналіз чутливості . . . . .	199
Питання для самоконтролю . . . . .	202
Тестові завдання . . . . .	202
Контрольні завдання . . . . .	206
РОЗДІЛ 10. ЛІЗИНГ, ФОРФЕЙТНА ОПЕРАЦІЯ І ОПЦІОНИ . . . . .	207
10.1. Фінансовий і оперативний лізинг . . . . .	207
10.2. Схеми погашення заборгованості по лізинговому контракту . . . . .	208
10.3. Методи розрахунку лізингових платежів . . . . .	209
10.4. Сутність операції а-форфе . . . . .	216
10.5. Аналіз позиції продавця . . . . .	217
10.6. Аналіз позиції покупця і банку . . . . .	221
10.7. Сутність опціону . . . . .	223
10.8. Модель Блека-Шоулза . . . . .	226
Питання для самоконтролю . . . . .	228
Тестові завдання . . . . .	228
Контрольні завдання . . . . .	232
РОЗДІЛ 11. СТРАХОВІ АНУЇТЕТИ . . . . .	233
11.1. Предмет страхування . . . . .	233
11.2. Фінансова еквівалентність в страхуванні . . . . .	236
11.3. Таблиці смертності і страхові ймовірності . . . . .	237
11.4. Комутаційні функції . . . . .	241
11.5. Вартість страхового ануїтету . . . . .	243
Питання для самоконтролю . . . . .	245
Тестові завдання . . . . .	246
Контрольні завдання . . . . .	250
РОЗДІЛ 12. ОСОБИСТЕ СТРАХУВАННЯ . . . . .	251
12.1. Нетто-премії в особистому страхуванні . . . . .	251
12.2. Страхування життя . . . . .	253

12.3. Пенсійне страхування. Розрахунок премій і пенсій . . . . .	254
12.4. Страхові резерви в особистому страхуванні . . . . .	261
Питання для самоконтролю . . . . .	268
Тестові завдання . . . . .	269
Контрольні завдання . . . . .	272
ДОДАТКИ . . . . .	274
ЛІТЕРАТУРА . . . . .	276
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК . . . . .	278

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**ВСТУП  
У СТРАХУВАННЯ  
ТА ФІНАНСОВУ  
МАТЕМАТИКУ**

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Роман ДМИТРИШИН  
Роман РУСИН

ISBN 978-617-8011-59-8

Підписано до друку 10.07.2023 р.  
Формат 60 × 84/16. Папір офсетний. Друк цифровий. Гарнітура Times New Roman.  
Умовно-друк. арк. 21,29. Обліково-вид. арк. 22,89.  
Наклад 100 примірників. Зам № 005/07/23

**ВИДАВНИЦТВО  
“НАІР”**

Івано-Франківськ, вул. Височана, 18  
тел. (034) 250-57-82, (050) 433-67-93  
email: fedorynrr@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до державного реєстру видавців, виробників і розповсюджувачів  
видавничої продукції № 4191 від 12.11.2011 р.