

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**



Факультет математики та інформатики

Кафедра математичного і функціонального аналізу

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Аксиоматична теорія множин**

Рівень вищої освіти – третій (освітньо-науковий)

Освітня програма Математика

Спеціальність 111 Математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від “25” серпня 2023 р.

м. Івано-Франківськ – 2023 р.

## 1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Аксиоматична теорія множин
Викладач	Попов Михайло Михайлович
Контактний телефон викладача	0957495919
E-mail викладача	<a href="mailto:misham.popov@gmail.com">misham.popov@gmail.com</a>
Формат дисципліни	Очний/заочний
Обсяг дисципліни	3 кредити ЄКТС, 90 год.
Посилання на сайт дистанційного навчання	<a href="https://d-learn.pnu.edu.ua/">https://d-learn.pnu.edu.ua/</a>
Консультації	Очні та онлайн консультації: згідно розкладу консультацій

## 2. Анотація до навчальної дисципліни

Предметом вивчення навчальної дисципліни є аксиоматична теорія множин в математиці.

## 3. Мета та цілі навчальної дисципліни

Метою вивчення навчальної дисципліни є оволодіння майбутніми спеціалістами аксиоматичним підходом до поняття множини в математиці. Усвідомлення того, що вся математика може бути побудованою, виходячи з порожньої множини за допомогою чітких правил побудови нових множин, є просуванням на новий рівень знань і відкриває молодому математику шлях до нових потужних методів дослідження.

Основними цілями вивчення дисципліни є засвоєння аспірантами аксиоматичної системи аксіом Цермело-Френкеля на підставі необхідних знань з математичної логіки, теорії ординалів, кардиналів, початок теорії моделей та ідеї методу форсингу доведення результатів про незалежність.

## 4. Програмні компетентності та результати навчання

Загальні компетентності:

**ЗК-12.** Здатність аналізувати інформацію подану в різних наукових джерелах, формувати на їхньому тлі власну дослідницьку позицію та професійно вести наукову дискусію

Фахові компетентності:

**ФК-1.** Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької або практичної діяльності у сфері математики

**ФК-2.** Здатність виявляти актуальні математичні проблеми і використовувати поглиблені знання з математики

**ФК-3.** Здатність формулювати та доводити математичні твердження, вміти правильно формувати висновки

**ФК-4.** Здатність реалізовувати знання з фундаментальних методів математичного, комплексного та функціонального аналізу у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач

**ФК-8.** Здатність вибирати правильний математичний апарат, використовувати відомі теоретичні поняття та факти для розв'язання конкретних дослідницьких задач

Програмні результати навчання:

**ПРН-3.** Мати глибинні знання з наукового напрямку та широку ерудицію в галузі математики

**ПРН-7.** Критично сприймати та аналізувати існуючі думки й ідеї, формулювати власні гіпотези, шукати шляхи розв'язання наукових проблеми

**ПРН-11.** Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми

**ПРН-12.** Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади

**ПРН-14.** Вміти аналізувати відомі математичні методи наукових досліджень та використовувати їх у подальшій науковій роботі

## 5. Організація навчання

Обсяг навчальної дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	20
семінарські заняття / практичні / лабораторні	10
самостійна робота	60

Ознаки навчальної дисципліни			
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибіркового
III	111 Математика	II	вибірковий

Тематика навчальної дисципліни			
Тема	кількість год.		
	лекції	заняття	сам. роб
<b>Тема 1. Теорії першого порядку. Синтаксис теорії множин.</b> Символи теорії першого порядку. Терми і формули. Інтерпретації та моделі. Формули та класи в теорії множин. Логічні аксіоми. Теорема Льовенгейма-Скулема.	6	4	16
<b>Тема 2. Аксіоми ZFC.</b> Нагадування про аксіоми, ординали і регулярні множини. Перша теорема фон Неймана ( $V=\Pi$ ). Розв'язування задач про ординали.	4	2	14
<b>Тема 3. Транзитивні моделі.</b> Абсолютні формули та операції. Сумісність аксіоми регулярності (друга теорема фон Неймана) і теорема Мостовського про ізоморфізм.	6	2	14
<b>Тема 4. Метод форсингу.</b> Геделівські операції та ординальна визначеність. Ультрарепені і теорема Скотта. Повні булеві алгебри. Метод форсингу та булевозначні моделі.	4	2	16
ЗАГ.:	20	10	60

## 6. Система оцінювання навчальної дисципліни

Загальна система оцінювання навчальної дисципліни	<p><b>100 балів:</b>  <b>50 балів</b> – теоретична частина.  <b>50 балів</b> – практична частина.</p> <p><b>Критерії оцінювання знань, умінь і навичок студентів:</b>  <b>90 – 100 (відмінно)</b> – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв'язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв'язки; вільно володіє науковими термінами;  <b>70 – 89 (добре)</b> – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв'язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності розв'язках;  <b>50 – 69 (задовільно)</b> – студент володіє більшою частиною</p>
---	--

	<p>фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповіді, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв'язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв'язки;</p> <p><b>0 – 49 (незадовільно)</b> – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>
Вимоги до письмових робіт	Відповідно до навчального плану, аспірант виступає з теоретичними доповідями по питаннях з тем предмету та розв'язує задачі. Головна їх мета – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу. При розв'язанні задач студент має детально вказувати, яким саме був хід його роздумів, якими формулами він користувався.
Практичні заняття	Практичні заняття проводяться з метою формування у студентів умінь і навичок з курсу, вирішення сформульованих завдань, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою практичні заняття є ланцюжком, який пов'язує теоретичне навчання і навчальну практику з курсу, а також передбачає попередній контроль знань студентів. Оцінки за практичні заняття враховуються при виставленні підсумкової оцінки з курсу.
Умови допуску до підсумкового контролю	Оцінка за опитування та практичну частину має бути не менша, ніж <b>50 балів</b> .
Підсумковий контроль	<p>Форма контролю: залік.</p> <p>Форма здачі: комбінована.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оцінка за поточне тестування (20 балів);</li> <li>– оцінка за відповіді на всі основні та додаткові запитання під час аудиторних занять (30 балів);</li> <li>– оцінка за контрольну роботу (30 балів);</li> <li>– оцінка за самостійну роботу (20 балів).</li> </ul>

## 7. Політика навчальної дисципліни

<p><b><u>Письмові роботи:</u></b></p> <p>Самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей).</p> <p><b><u>Академічна доброчесність:</u></b></p> <p>Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника. Детальніше: <a href="https://pnu.edu.ua/polozhennia-pro-zapobihannia-plahiatu/">https://pnu.edu.ua/polozhennia-pro-zapobihannia-plahiatu/</a></p>
---

### Відвідування занять

Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом. Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні незадовільні оцінки, отримані студентом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті, перескладаються викладачеві, який веде заняття до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

### Неформальна освіта:

Результат може бути зарахований за умови повної відповідності програм та відповідно до Положення про визнання результатів навчання, здобутих шляхом неформальної освіти, в Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника <https://nmv.pnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/118/2022/11/neformalna-osvita.pdf>

## 8. Рекомендована література

1. Маслюченко В.К. Елементи теорії множин / Чернівці : Рута. – 2002. – 132 с.
2. Попов М.М. Аксиоматична теорія множин. Частина I. Система аксіом ZFC і вступ до теорії моделей / Чернівці : Рута. – 2011. – 80 с.
3. Попов М.М. Короткий курс математичної логіки та аксиоматичної теорії множин. – Online – підручник: <http://kafedra.schoolsite.org.ua/Personal/ML3.pdf>
4. Jech Th. Set Theory. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 2006. – 769p.
5. Kunen K. Set theory. An introduction to independence proofs. Amsterdam: North-Holland, 1995. – 313 p.
6. Roitman J. Introduction to modern set theory. New York: Wiley-Interscience Publication, 1991. – 156 p.

Викладач *Михайло Попов*, провідний науковий співробітник