Програмові вимоги до екзамену
з базового курсу
«Поглиблені розділи теорії міри»
для аспірантів І-го року навчання
за спеціальністю 111 Математика.

1. Множини та операції над ними: означення, основні властивості, закони де Морган.
2. Системи та сім'ї множин: основні означення, позначення та пов'язані з ними властивості.
3. Кільця та алгебри множин: означення, приклади, властивості.
4. Півкільця множин: означення, приклади, добутки півкілець.
5. Властивості півкілець та породжених ними кілець.
6. $\sigma-$ кільця та $\sigma-$ алгебри множин: означення, приклади, зв'язок з $\delta-$ кільцями та $\delta-$ алгебрами множин.
7. Топологічні простори та множини типу F_σ та G_δ: означення та приклади.
8. Борелівські множини: означення, приклади, випадок сепарабельних метричних просторів.
9. Відображення множин та їх систем: основні означення, приклади, властивості.
10. Класифікація відображень; звуження, продовження та композиція відображень: означення, приклади, властивості.
11. Адитивні функції множини: означення та приклади.
12. Адитивні функції на кільцях множин: продовження з півкільця на кільце множин, основні властивості.
13. Скінченно адитивні міри та їх властивості: означення, основні властивості.
14. Зліченно адитивні функції та зліченно адитивні міри: означення, приклади, властивості.
15. Критерій $\sigma-$ адитивності та наслідки з нього: суть критерію, приклади, $\sigma-$ адитивні функції на монотонних послідовностях.
16. Зовнішня міра: означення, приклади побудови, основні властивості.
17. Вимірні (за Каратеодорі) множини: означення, властивості, структура вимірних множин.
18. Лінійна міра Лебега: означення, властивості, приклади обчислення.
19. Множини міри нуль і повнота міри; ознаки вимірності: означення, приклади, основні властивості.
20. Міра Лебега у просторі R^n: означення, приклади, властивості, будова вимірних за Лебегом множин.

Рекомендована література.

1. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла. Частина 1. Міра. – Чернівці: ЧНУ, 2011. – 156с.

Програмові вимоги до екзамену
з базового курсу
«Лінійний та нелінійний аналіз»
для аспірантів І-го року навчання
за спеціальністю 111 Математика.

1. Оператори в гільбертовому просторі. Спектральна теорема.
2. Банахові алгебри. с*-алгебри. Операторні алгебри.
3. Зображення с*-алгебр в операторних алгебра.
4. Нелінійні відображення. Похідна Фреше.
5. Тензорні добутки бананових просторів.

Рекомендована література.

1. Dineen S. Complex Analysis in Locally Convex Spaces. North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford: Mathematics Studies, 1981.
2. Dineen S. Complex Analysis on Infinite Dimensional Spaces. New York: Monographs in Mathematics, 1999.
3. Mujica J. Complex Analysis in Banach Spaces. North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford, 1986.

Програмові вимоги до екзамену
з базового курсу
«Ортогонально-адитивні оператори на векторних ґратках»
для аспірантів I-го року навчання
за спеціальністю 111 Математика.

1. **Векторні ґратки** (ВҐ)**:**
   - впорядкований векторний простір, архімедова ВҐ, додатна, від'ємна частина елемента, модуль елемента. Порядкова збіжність сіток;
   - ідеал, смуга;
   - фрагменти елементів та латеральний порядок; п
   - порядково повна, латерально повна ВҐ, головна проективна властивість;
   - банахові ґратки.
2. **Додатні лінійні оператори:**
   - додатний лінійний оператор;
   - теорема Канторовича;
   - регулярні та порядково неперервні лінійні оператори;
   - векторні ґратки лінійних операторів;
   - теорема Фреуденталя та фрагменти лінійного оператора;
   - оператори, що зберігають диз'юнктність та ґраткові гомоморфізми.
3. **Ортогонально адитивні оператори** (ОАО)**:**
   - додатні ОАО;
   - приклади нелінійних ОАО;
   - абстрактні оператори Урисона;
   - продовження додатного ОАО з латерального ідеалу на всю ґратку;
   - ОАО на банахових ґратках.

Рекомендована література.

1. Попов М. М. Векторні ґратки / М. М. Попов // Чернівці: Рута. – 2011. – 40 с.
2. Aliprantis C.D., Burkinshaw O. Positive Operators. – Dordrecht: Springer, 2006. – XIX+376p.
3. Kusraev A.G. Dominated Operators. – Dordrecht-Boston-London: Kluwer Acad. Publ., 2000. – XIII+446p.
4. Lindenstrauss J., Tzafriri L. Classical Banach spaces. Vol.2, Function spaces. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1979. – X+243p.
5. Meyer-Nieberg P. Banach Lattices. Graduate Texts in Math., 233. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1991. – XV+395p.
6. Popov M., Randrianantoanina B. Narrow Operators on Function Spaces and Vector Lattices. – Berlin-Boston: De Gruyter, 2013. – XIII+319p.
7. Gumenchuk A.I. Lateral continuity and orthogonally additive operators. Carpathian Math. Publ., 7 (2015), no.1, 49-56.
8. Gumenchuk A.I., Pliev M.A., Popov M.M. Extensions of orthogonally additive operators. Mat. Studii 41 (2014), no.2, 214-219.

9. Mazón J.M., Segura de León S. Order bounded orthogonally additive operators. Rev. Roumane Math. Pures Appl. 35, (1990), no.4, 329-353.
10. Mazón J.M., Segura de León S. Uryson operators. Rev. Roumane Math. Pures Appl. 35, (1990), no.5, 431-449.
11. Mykhaylyuk V., Pliev M., Popov M. The lateral order on Riesz spaces and orthogonally additive operators. Positivity (2020), Published online 14 May 2020. DOI: https://doi.org/10.1007/s11117-020-00761-x

Програмові вимоги

до предмету “Алгебро-топологічні структури”

для аспірантів 1-го року навчання

освітньої програми “Математика” спеціальності 111 Математика

1. Гомотопії і ретракції.
2. Фундаментальна група.
3. Накриваючі простори та підняття відображень.
4. Обчислення та застосування фундаментальних груп.
5. Топологічні групи.
6. Топологічні векторні простори.
7. Векторні гратки.
8. Неперервні частково впорядковані множини.
9. Топологічні алгебри.

Література

[1] G. Gierz, K.H. Hofmann, K. Keimel, J.D. Lawson, M.V. Mislove, D.S. Scott, “A compendium of continuous lattices”, Springer (1980).

[2] Вулих, Б.З. Введение в теорию полуупорядоченных пространств. - М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961.

[3] Келли Дж. Л. Общая топология. – М.: Наука, 1968.

[4] Колмогоров А.Н, Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М., Наука, 1989.

[5] Кострикин А.И., Манин В.Ю. Линейная алгебра и геометрия – М.: Наука, 1986.

[6] Никифорчин О.Р. Елементи загальної топології. — Івано-Франківськ, ПрНУ, 2015.

[7] Понтрягин Л. С., Непрерывные группы, 3 изд., М.: Физматгиз, 1973.

[8] Рудин У. Функциональный анализ. Пер. с англ. — М.: Мир, 1975. — 449 с.

[9] Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология : основные конструкции. — М., МГУ, 1988.

Програмові вимоги

до предмету “Теорія множин”

для аспірантів 1-го року навчання

освітньої програми “Математика” спеціальності 111 Математика

1. Наївна теорія множин і її парадокси. Шляхи звільнення від суперечностей: виділення множин серед всіх класів та концепція "кроків".
2. Аксіоматика Цермело-Френкеля. Мова теорії множин. Праелементи та відмова від них. Аксіома об’ємності. Класи, множини і відношення "$\in$". Вживання класифікатора (класифікаційна схема аксіом).
3. Існування множин. Аксіома виділення. Поняття функції. Аксіома підстановки.
4. Невпорядкована і впорядкована пара. Аксіома об’єднання і аксіома степеня. Декартів добуток і відношення.
5. Боротьба з парадоксом Рассела. Аксіома регулярності. Мінімальні елементи, фундовані множини і квазідоведення аксіоми регулярності. Застосування аксіоми регулярності.
6. Операція слідування, її ін’єктивність та відсутність нерухомих точок. Індуктивні множини та аксіома нескінченності.
7. Аксіоми Пеано і побудова множини натуральних чисел. Означення арифметичних операцій.
8. Скінченні, зліченні і незліченні множини.
9. Транзитивні множини і ординали. Лінійне впорядкування ординалів.
10. Трансфінітна індукція. Індуктивні означення. Строге означення "кроків".
11. Аксіома вибору. Функція вибору. Твердження, рівносильні до аксіоми вибору.
12. Кардинали.
13. Застосування аксіоми вибору. Зліченність зліченного об’єднання зліченних множин. Існування декартового добутку довільної кількості множин.

14. Існування бази Гамеля в довільному лінійному просторі. Теорема Гана-Банаха.
15. Поняття про альтернативні системи аксіом теорії множин. Аксіоматика Гільберта-Бернайса-Сколема.
16. Альтернативи до аксіоми вибору. Уявлення про незалежність математичних тверджень від ZFC.

ЛІТЕРАТУРА

[1] Справочная книга по математической логике: в 4-х частях / Под ред. Дж. Барвайса. – Ч. II. Теория множеств: пер. с англ. – М.: Наука, 1982. – 376 с.

[2] Келли Дж. Л. Общая топология. – М.: Наука, 1968. – 384 с.

[3] Кострикин А.И., Манин В.Ю. Линейная алгебра и геометрия – М.: Наука, 1986.

[4] Hrbacek K., Jech T. Introduction to Set Theory. – New York: Springer, 1999. – 283 p.

[5] Kechris A. Classical Descriptive Set Theory – New York: Springer, 1995. – 402 p.